

1 | El trabajo arduo no tiene sustituto

2 | Álgebra con dibujos

3 | Expresiones que juegan juntas...

4 | Formalmente tuyo

5 | Ponlo en el plano

LECCIÓN 1

El trabajo arduo no tiene sustituto

Evaluar expresiones algebraicas

Objetivos del aprendizaje

- Comparar cantidades desconocidas sobre una recta numérica.
- Resolver problemas de la vida real y matemáticos utilizando expresiones algebraicas.
- Combinar los términos semejantes para reescribir expresiones lineales y determinar sumas y diferencias.
- Escribir y evaluar expresiones algebraicas.
- Reescribir expresiones en diferentes formas dentro de un contexto que permita descubrir cómo se relacionan las cantidades en un problema.

REPASA (1–2 minutos)

➤ Efectuar cada operación.

1 $(-3)(6.6)$

2 $-3 + 6.6$

3 $-3 - 6.6$

4 $6.6 \div (-3)$

Has escrito y evaluado expresiones algebraicas equivalentes con números racionales positivos.

¿Cómo reescribes expresiones algebraicas equivalentes y las evalúas sobre el conjunto de números racionales?

TÉRMINOS CLAVE

variable

expresión algebraica

expresión lineal

restricción

términos semejantes

coeficiente numérico

evaluar una expresión algebraica



La recta numérica vacía

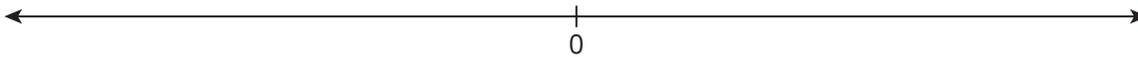
➤ Considera la lista de seis expresiones *variables*.

x $2x$ $3x$ $\frac{1}{2}x$ $-x$ $-\frac{1}{2}x$

TOMA NOTA...

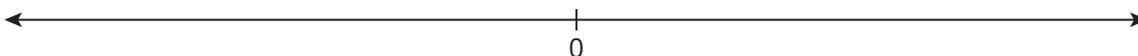
En álgebra, una **variable** es una letra o un símbolo que se utilizó para representar una cantidad desconocida.

1 Con tu compañero, piensa en dónde colocarías cada expresión y dibujarías tu conjetura.



2 Compara tu recta numérica con la recta numérica de otro grupo.
¿Qué es lo mismo? ¿Qué es diferente?

3 Tu maestro seleccionará estudiantes para colocar una tarjeta de fichero representando cada expresión en la recta numérica sobre el tablero. Registra las posiciones acordadas por la clase.





Expresiones algebraicas

En esta lección, explorarás la relación entre cantidades desconocidas al escribir y evaluar expresiones *algebraicas*. Una **expresión algebraica** es una frase matemática que tiene por lo menos una variable y puede tener números y símbolos de operaciones.

Cada expresión en el Inicio es una expresión algebraica. Estas son además, *expresiones lineales*. Una **expresión lineal** es cualquier expresión en la que cada término es una constante o el producto de una constante y una sola variable elevada a la primera potencia.

HÁBITOS MENTALES

- Razonar de manera abstracta y cuantitativa.
- Elaborar argumentos viables y criticar el razonamiento de otros.

HAZTE ESTAS PREGUNTAS...

¿Cómo podrías verificar la colocación de las expresiones en la recta numérica?

EJEMPLO PRÁCTICO

Estos son algunos ejemplos adicionales de las expresiones lineales:

Ejemplos de expresiones

lineales

$$\frac{1}{2}x + 2$$

$$\frac{1}{2}x + 2$$

$$-1 + 3x + \frac{5}{2}x - \frac{4}{3}$$

$$4y$$

Ejemplos de expresiones

no lineales

$$3x^2 + 5$$

$$-\frac{1}{2}xy$$

$$\frac{1}{x}$$

$$x^2 + 2x + 1$$

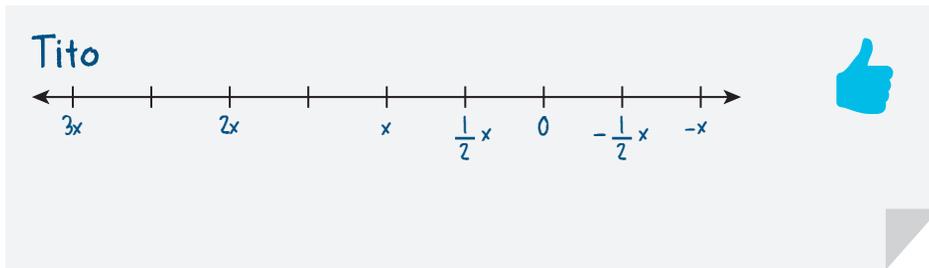
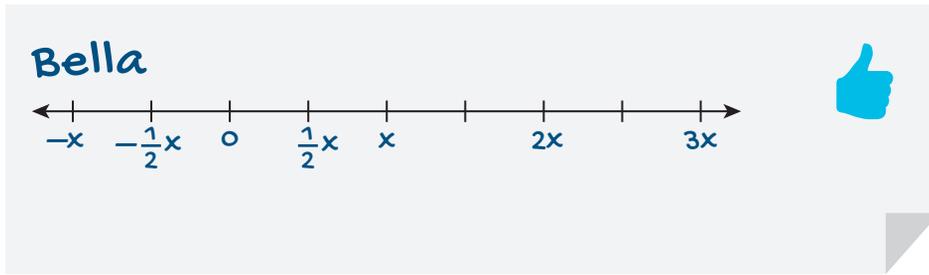
- 1 Proporciona una razón por la cual cada expresión no representa una expresión lineal.

Volvamos a analizar cómo podrías haber diagramado las expresiones en la actividad previa. Las instrucciones no especificaron los valores posibles para x . Cuando trazaste cada expresión, ¿pensaste sobre el conjunto de todos los valores posibles de x o solo el conjunto de valores positivos de x ?

En las matemáticas, a veces es necesario establecer *limitaciones* sobre los valores. Una **limitación** es una condición que una solución o problema debe satisfacer. Puede ser un conjunto de restricciones establecidas antes de resolver un problema o un límite colocado en una solución o gráfica para que la respuesta tenga sentido en términos de un escenario del mundo real.



➤ Analiza las rectas numéricas creadas por Bella y Tito utilizando las expresiones de Inicio.



2 Compara y contrasta cada representación.

(a) Identifica el conjunto de valores de x que hacen cada recta numérica verdadera.

Escribe cada restricción como una desigualdad.

(b) Selecciona un valor para x de tu conjunto de posibles valores y sustituye ese valor para x dentro cada expresión para verificar que las ubicaciones trazadas son correctas.

(c) Compara tus valores de la parte (b) con tus compañeros de clase. **¿Tienen los mismos valores? Si no fue así, ¿qué significa eso?**

PIENSA EN...

Una estrategia para verificar tu colocación de las tarjetas es sustituir valores por la variable x en cada expresión.



Combinar términos semejantes

➤ Revisa las expresiones algebraicas del Inicio, junto con otras dos expresiones algebraicas: $-2x$ y $-3x$.

x $2x$ $3x$ $\frac{1}{2}x$ $-x$ $-\frac{1}{2}x$ $-2x$ $-3x$

Estas expresiones algebraicas son *términos semejantes*. Los **términos semejantes** son partes de una expresión algebraica que tienen la misma variable elevada a la misma potencia. Los *coeficientes numéricos* de la variable pueden ser diferentes.

Un **coeficiente numérico** es un número multiplicado por una expresión variable. Por ejemplo, en la expresión $-2x$, el número (-2) es un coeficiente numérico. En la expresión x , el coeficiente numérico es 1. Y en la expresión $3(x + 1)$, el coeficiente numérico es 3.

HÁBITOS MENTALES

- Prestar atención a la precisión.

TOMA NOTA... Las constantes en una expresión algebraica son términos semejantes porque puedes escribirlos como la misma expresión variable con una potencia de 0.

EJEMPLO PRÁCTICO

Considera la expresión $2x + 3x$.

Puedes reescribir esta expresión combinando términos semejantes.

Combina los términos semejantes al sumar los coeficientes numéricos.

$$2x + 3x = 5x$$

Puedes utilizar la propiedad distributiva para justificar este procedimiento.

$$2x + 3x$$

$$(2 + 3)x$$

$$5x$$

1 Combina los términos semejantes para reescribir cada expresión.

a $x + 2x$

b $x + \frac{1}{2}x$

c $x + \frac{-1}{2}x$

d $-3x + 2x$

e $-3x + -2x$

f $x + -x$

g $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x$

h $-3x + -2x + x$



Para **evaluar una expresión algebraica**, sustituyes cada variable en la expresión con un número o expresión numérica y después efectúa todas las operaciones matemáticas posibles.

EJEMPLO PRÁCTICO

Puedes evaluar expresiones para verificar su equivalencia. Selecciona cualquier valor para x , sustituye ese valor en cada expresión y evalúa.

Verifica que $2x + 3x = 5x$.

Supón que $x = 4$.

$$2(4) + 3(4) \stackrel{?}{=} 5(4)$$

$$8 + 12 \stackrel{?}{=} 20$$

$$20 = 20$$

.....

Supón $x = -4$.

$$2(-4) + 3(-4) \stackrel{?}{=} 5(-4)$$

$$-8 + -12 \stackrel{?}{=} -20$$

$$-20 = -20$$

- 2 Utiliza $x = 4$ y $x = -4$ para evaluar cada expresión algebraica en la pregunta 1 y verifica tus respuestas.

a $x + \frac{-1}{2}x = \frac{1}{2}x$

b $-3x + -2x = -5x$

c $x + -x = 0$



3 Evalúa cada expresión para los valores dados.

a

h	$-2h - 7$
2	
-1	
8	
-7	

TOMA NOTA...

Utiliza paréntesis para mostrar la multiplicación, como $-2(-1) - 7$.

b

a	-12	-10	-4	0
$\frac{1}{4}a + 6$				

c Evalúa la expresión $-\frac{1}{5}y + 3\frac{2}{5}$ utilizando el conjunto $\{-5, -1, 0, 15\}$. Escribe los resultados como un conjunto de números.



Combinar términos semejantes con coeficientes decimales y fraccionarios

HÁBITOS MENTALES

- Prestar atención a la precisión.

Puedes combinar términos semejantes para reescribir expresiones de manera más eficiente.

- Considera cada situación para determinar precios con descuento y con impuesto sobre la venta.

Supón que un juguete nuevo tiene un precio regular de \$26.99 está a la venta por $\frac{3}{4}$ de descuento.

- 1 Con una expresión para representar el precio del juguete, p , menos $\frac{3}{4}$ del precio. Entonces, combina términos semejantes para reescribir la expresión.

TOMA NOTA...

Asegúrate de definir tus variables para cada expresión.

- 2 Explica el significado de la expresión reescrita en términos del precio original del juguete.

Una camisa nueva cuesta \$18.99. El impuesto sobre la venta es del 5%.

- 3 Escribe una expresión para representar el costo de la camisa, s , más 5% del costo. Entonces, combina los términos semejantes para reescribir la expresión.

- 4 Explica el significado de la expresión reescrita en términos del costo original de la camisa.



ACTIVIDAD 3 Continuación

- 5 Escribe una expresión algebraica con la menor cantidad de términos para representar cada situación.
- a) Diste una propina de 18 % para una comida. ¿Qué expresión representa el costo total con propina?
- b) Un par de zapatos se vende por $\frac{1}{4}$ de descuento. ¿Qué expresión representa el costo total después del descuento?
- c) Una tienda pone una bicicleta nueva con 35% de descuento. ¿Qué expresión representa el costo total?



Extras del negocio

Katie empieza una compañía de alquiler de limosinas. Como parte de su investigación, Katie descubre que además de sus tarifas de alquiler, debe de cargar un impuesto sobre la venta del 7 % a sus clientes.

- 1 Escribe una expresión algebraica que represente cuánto impuesto debe cobrar Katie por cualquier cantidad de tarifa de alquiler.

Katie también descubre que además de la tarifa de alquiler, la mayoría de empresas de alquiler de limosinas cobra una propina fija a los clientes. Katie decide cobrar a sus clientes una propina de \$35.

- 2 Escribe una expresión que represente la cantidad total de dinero adicional que Katie cobra por impuesto y propina.

- 3 Escribe una expresión que represente el costo total de cualquier alquiler.

- 4 Utiliza una de tus expresiones para calcular la cantidad de impuesto y propina que Katie debe cobrar si la tarifa de alquiler es \$220.

- 5 Utiliza una de tus expresiones para calcular el costo total de un alquiler si la tarifa de alquiler es \$365.



LECCIÓN 1 TAREA

➤ Utiliza una hoja de papel por separado para tu entrada en el Diario.

DIARIO

Explica la diferencia entre una expresión lineal y una expresión algebraica.

RECUERDA

Puedes combinar términos semejantes para reescribir expresiones algebraicas.

Puedes evaluar una expresión algebraica al sustituir un valor para la variable y luego efectuar todas las operaciones matemáticas posibles.

PRÁCTICA

➤ Reescribe cada expresión al combinar los términos semejantes, si es posible.

1 $6x + 4x$

3 $9m - 7m + 13$

2 $-5y + 2y$

4 $4a + 8b$

➤ Evalúa cada expresión algebraica para la cantidad dada.

5 $-6.2x + 1.4x$, $x = -9.3$

6 $3\frac{1}{2}x - 5\frac{1}{3}x$, $x = \frac{2}{5}$





➤ Escribe una expresión algebraica con la menor cantidad de términos para representar cada situación.

7 Tim vive $\frac{2}{3}$ de distancia de la escuela que Felipe. Felipe camina a la escuela y luego camina a la casa de Tim después de la escuela. ¿Qué expresión representa la distancia total que Felipe caminó?

8 Una tienda sube el precio de un artículo 20 %. ¿Qué expresión representa el costo que un cliente paga por el artículo?

9 El área del círculo A es $\frac{1}{4}$ el área del círculo B . ¿Qué expresión representa la diferencia entre las áreas del círculo A y el círculo B ?

ESFUÉZATE Opcional

➤ Evalúa cada expresión algebraica para los valores dado.

1 $-3(2.1x - 7.9)$ para $x = -18.1, -0.3, 14.4$

2 $-9.8t^2 + 20t + 8$ para $t = -2, 0, 3.5$